

# Modelos geométricos para el aprendizaje de movimientos en el plano

O. Delgado<sup>1</sup>

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

odelgado@us.es

---

## Abstract

*En geometría moderna, la relación entre la estructura algebraica de los elementos geométricos y la descripción física de estos mismos es a menudo demasiado abstracta para que se pueda explicar usando sólo su representación matricial. En este artículo presentamos algunas herramientas para la enseñanza de los movimientos en el plano. Junto con los elementos matemáticos abstractos (vectores, matrices,...), el archivo pdf que facilitamos proporciona modelos sencillos para la explicación y autoaprendizaje de esta materia mediante los efectos de movimiento que se añaden a los dibujos que aparecen en el modelo.*

*In modern linear geometry, the relation between the algebraical structure of the geometrical elements and the physical description of these elements is sometimes too abstract for being explained only by using the matrix representation. In this paper we provide some tools for the teaching of the movements in the plane. Together with the abstract mathematical elements (vector, matrices,...), the pdf file provided gives easy models for the explanation and self learning of this subject by adding movement effects to the pictures represented in the model.*

---

Keywords: Algebra lineal, Movimientos en el plano, Autoaprendizaje

---

<sup>1</sup>La autora quiere agradecer la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia (MTM2009-12740-C03-02) y de la Universidad Politécnica de Valencia (PAID-10 Ref. 2149), que ha permitido realizar este trabajo.

## 1 Introducción

Además de facilitar la enseñanza y el aprendizaje de elementos avanzados de matemáticas en la universidad, los modelos de tipo geométrico facilitan también el aprendizaje de conceptos clásicos de las matemáticas. Es fácilmente constatable que la representación geométrica de los movimientos en el plano (traslaciones, giros, simetrías, homotecias...) representan para los alumnos de primer curso de la universidad un problema, puesto que en general no son capaces de asociar con facilidad la geometría con su soporte matricial. En este trabajo presentamos un pdf en el que se dan simultáneamente mediante ejemplos la representación matricial de los movimientos habituales en el plano, junto con modelos dinámicos de esos mismos movimientos. Las operaciones propias del cálculo matricial se asocian entonces automáticamente con su contrapartida geométrica. Este enfoque, además de que asegura la posibilidad de un uso autónomo del material, permite al profesor explicar estos temas sin necesidad de recurrir a modelos físicos, que también podrían utilizarse para representar la característica principal que estos modelos facilitan: el propio movimiento.

Este material ha sido utilizado como recurso de apoyo docente en la asignatura Matemática Aplicada a la Edificación I, impartida bajo la titulación de Grado en Ingeniería de Edificación, en la Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica de la Universidad de Sevilla. Por su sencillez, también podría usarse en institutos de enseñanza secundaria.

## 2 Enfoque didáctico.

Los modelos geométricos para la docencia de las matemáticas en la universidad son una herramienta clásica de trabajo. Las explicaciones de determinados temas del cálculo y el álgebra han venido tradicionalmente acompañadas de dibujos y representaciones que se realizaban en la pizarra o en otro tipo de medios. La generalización del uso de los programas de cálculo matemático en las aulas universitarias ha permitido una mejora significativa en este procedimiento, que sin duda facilita el aprendizaje de los temas abstractos. Estos programas, sin embargo, son a menudo de acceso restringido y su uso depende de su disponibilidad en la universidad, y además, a pesar de que cada vez son más sencillos de usar, requieren de un cierto entrenamiento para aprovechar todas las aplicaciones que pueden ofrecer. En este sentido, el tipo de material que presentamos aquí mejora la accesibilidad al recurso y permite por lo tanto su uso por parte de los alumnos de manera autónoma con mucha más facilidad que los materiales habituales. Al tratarse de un pdf, cualquier estudiante puede utilizarlo sólo con disponer de un ordenador.

Como el lector puede observar, los efectos de movimiento que acompañan a la ejecución del pdf, por su carácter esquemático y su claridad, permiten asociar el soporte matemático que aportan las ecuaciones matriciales a los movimientos concretos sin ninguna ambigüedad. La aparición conjunta de las ecuaciones y el movimiento que representan facilita la comprensión del concepto y su asociación. El fácil acceso al recurso es una ventaja añadida.

## 3 Contenidos específicos: los movimientos en el plano.

Una transformación en el plano es simplemente una función que, al aplicarla sobre los puntos de éste, produce un cambio en las figuras geométricas que se sitúan en él que se puede asociar

a cambios en la posición o en el tamaño. La representación matricial de los movimientos en el plano permite entre otras cosas determinar las propiedades de la composición y otros cambios matemáticos. Un movimiento en el plano se puede representar mediante una matriz  $3 \times 3$  con una estructura específica (véase por ejemplo 10.6 en Checa et al).

Los movimientos son un ejemplo claro de cómo el carácter abstracto de los contenidos matemáticos y su propia construcción convierten conceptos fáciles de asimilar desde el punto de vista de su concepción geométrica en ecuaciones que no guardan ninguna relación con esa imagen intuitiva. La presentación simultánea de ambas cosas es fundamental para una correcta comprensión, ya que facilita el proceso de intercambio entre las ecuaciones y algo externo que sin embargo responde en sus características y propiedades a las que reproducen estas mismas ecuaciones. Sin embargo, los movimientos en el plano son sólo un ejemplo de cómo esta metodología puede usarse.

## 4 Especificaciones técnicas.

El archivo pdf que contiene la presentación de este material ha sido creado con el paquete de LaTeX denominado Beamer. Este paquete resulta ideal a la hora de mostrar expresiones matemáticas junto con texto ordinario, además permite hacerlo por fases de manera que centre la atención del oyente en la materia que se esté tratando en cada momento.

La explicación de cada movimiento incluye una figura dinámica reproduciendo el movimiento en cuestión y que puede ser activado cuantas veces se desee. La reproducción del movimiento consiste en una serie de imágenes que se suceden rápidamente creando el efecto de movimiento al igual que ocurre con las películas cinematográficas. La consecución rápida de imágenes se ha creado usando comandos de Beamer. En cuanto a las propias imágenes, han sido creadas con el programa matemático Maple. La capacidad de este programa para realizar cálculo simbólico resulta de gran utilidad para crear fácilmente distintas imágenes con pequeñas diferencias entre sí, algo indispensable para que en la reproducción del movimiento no haya grandes saltos que distorsionen dicho movimiento. El cálculo simbólico permite definir la matriz de un movimiento con parámetros a los que se les dan valores para crear las distintas fases del movimiento que formarán la secuencia de imágenes.



# Referencias

- [1] J. Burgos, *Álgebra Lineal*. Ed. McGraw-Hill, 1997.
- [2] E. Checa, M. J. Felipe, J. Marín, E. A. Sánchez y J. V. Sánchez, *Álgebra, Cálculo y Mecánica para Ingenieros*. Ed. RA-MA, 1997.
- [3] J. García García y M. López Pellicer, *Álgebra Lineal y Geometría*. Ed. Marfil, 1990.

