

*El embrollo de Bernoulli: una investigación sobre las concepciones alternativas de los estudiantes en dinámica de fluidos*  
*Bernoulli's muddle: a research on students' misconceptions in fluid dynamics*

**Álvaro Suárez**  
CONSEJO DE FORMACIÓN EN EDUCACIÓN, MONTEVIDEO, URUGUAY  
[alsua2000@gmail.com](mailto:alsua2000@gmail.com)

**Martín Monteiro**  
UNIVERSIDAD ORT URUGUAY, URUGUAY  
[fisica.martin@gmail.com](mailto:fisica.martin@gmail.com)

**Mateo Dutra**  
FACULTAD DE CIENCIAS, UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA, MONTEVIDEO, URUGUAY  
[mateodutrafisica@gmail.com](mailto:mateodutrafisica@gmail.com)

**Arturo C. Marti**  
FACULTAD DE CIENCIAS, UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA, MONTEVIDEO, URUGUAY  
[marti@fisica.edu.uy](mailto:marti@fisica.edu.uy)

---

**Abstract**

*La ecuación de Bernoulli, que bajo ciertas condiciones relaciona la presión de un fluido ideal en movimiento con su velocidad y su altura, es un tema central en los cursos de Física General para estudiantes de Ciencias e Ingeniería. Frecuentemente, en los libros de texto utilizados en cursos universitarios, al igual que en diversos medios de divulgación, se suele extrapolar este principio para explicar situaciones en las que no es válido. Un ejemplo habitual es suponer que, en cualquier situación, mayor velocidad implica menor presión, conclusión correcta solo en algunas circunstancias. En este trabajo presentamos los resultados de una investigación con estudiantes universitarios, sobre las concepciones alternativas presentes en dinámica de fluidos. Encontramos que muchos estudiantes, incluso después de haber transitado por los cursos de Física General, no han elaborado un modelo adecuado acerca de la interacción de un elemento de un fluido con su entorno y extrapolan la idea que mayor velocidad implica una menor presión en contextos donde no es válida. Mostramos también que un enfoque de la dinámica de fluidos basado en las leyes de Newton resulta más natural para confrontar estas concepciones alternativas.*

*Bernoulli's equation, which relates the pressure of an ideal fluid in motion with its velocity and height under certain conditions, is a central topic in General Physics courses for Science and Engineering students. This equation, frequently used both textbooks as in science outreach activities or museums, is often extrapolated to explain situations in which it is no longer valid. A common example is to assume that, in any situation, higher speed means lower pressure, a conclusion that is only acceptable under certain conditions. In this paper we report the results of an investigation with university students on some misconceptions present in fluid dynamics. We found that after completing the General Physics courses, many students have not developed a correct model about the interaction of a fluid element with its environment and extrapolate the idea that higher speed implies lower pressure in situations where it is no longer valid. We also show that an approach to fluid dynamics based on Newton's laws is more natural to address these misconceptions.*

---

Palabras clave: Bernoulli, dinámica de fluidos, concepciones alternativas  
Keywords: [Bernoulli](#); [fluid dynamics](#), [misconceptions](#)

## 1. Introducción

Todas las personas curiosas se han preguntado alguna vez por qué vuelan los aviones o por qué un balón de fútbol se desvía lateralmente cuando se lo hace rotar al ser pateado (fenómeno conocido como *patear con efecto*, *chanfle*, o *comba* en los países iberoamericanos). Las explicaciones a estas interrogantes encontradas en muchos libros, artículos, conferencias, museos y sitios web además de ser simples y elegantes, suelen tener en común la idea que, en un fluido, cuanto mayor es la velocidad (en módulo o valor absoluto) menor es la presión. Asimismo, frecuentemente se proponen experimentos caseros, o se muestran vídeos, tales como soplar por encima de un papel o colocar una pelota de *ping pong* (tenis de mesa) por encima de un secador de pelo, que confirmarían esta relación (Barbosa & Mora, 2013; Ehrlich, 1990; Pedro's Esteban & Ferrer Roca, 2013). Si bien en muchos casos la explicación basada en la idea menor presión-mayor velocidad es correcta en muchos otros conduce a contradicciones con los experimentos. Esto no debería sorprendernos dado que la ecuación de Bernoulli es válida bajo ciertas hipótesis, en particular que los puntos donde se aplica deben estar en la misma línea de corriente, condición que en varios de los ejemplos propuestos no se cumple.

La idea que cuanto mayor es la velocidad de un fluido su presión siempre disminuye está tan extendida, que aparece como explicación de diversos fenómenos señalados en museos de ciencias y material de divulgación de agencias mundialmente conocidas. Por ejemplo, en material de la NASA se proponen experimentos que involucran este tipo de fenómenos para comprender la ecuación de Bernoulli (Gipson, 2017), o en el museo "LIGO's Science Education Center" del Caltech, en Livingston, Louisiana, EEUU, se la utiliza para explicar el vuelo de los aviones con frases como "Esto es debido al principio de Bernoulli que dice que a mayor velocidad de un gas o un líquido, menor es la presión resultante". Esta idea ha permeado la cultura popular convirtiéndose en obstáculo para el aprendizaje y fuente de errores conceptuales en los estudiantes.

En enseñanza de la ciencia, los errores conceptuales se caracterizan por tener un origen común y estar firmemente arraigados en estudiantes que los cometen convencidos de su veracidad, sin manifestar dudas y a lo largo de diferentes niveles educativos y ubicaciones geográficas (Carrascosa Alís et al., 2005). Frecuentemente al comenzar las clases de ciencias, los alumnos llevan años interactuando e interpretando el mundo que los rodea a partir de la información que proviene de sus sentidos y desarrollando sus propias ideas para explicar los diferentes fenómenos observados. Estos modelos, aunque no conformen una teoría e incluso en muchas circunstancias resulten incoherentes, logran predecir exitosamente algunas situaciones. De esta forma los estudiantes frecuentemente elaboran sus propias explicaciones *ad hoc* para distintos fenómenos observados. El tiempo transcurrido y su capacidad predictiva, aún bajo un marco limitado y contradictorio, conduce a que estas ideas resulten muy persistentes y resistentes al cambio incluso al transitar por el sistema educativo, donde interfieren con las concepciones científicas que se busca enseñar (Pozo, 1991). Estas ideas se denominan en la literatura *concepciones alternativas*<sup>1</sup> y son el origen de los errores conceptuales. Su conocimiento en las diferentes áreas de la Física, es clave para el desarrollo de actividades tendientes a modificarlas, ya que para que un estudiante remplace una concepción alternativa por la idea científicamente correcta necesita presentar cierto grado de insatisfacción con sus propias ideas (Carey, 1999).

Aunque en mucho menor extensión que en otras áreas de la Física, en cinemática y dinámica de los fluidos se han desarrollado investigaciones sobre errores conceptuales y concepciones

<sup>1</sup>También se las denomina en la literatura como preconceptos, ideas previas, concepciones erróneas o concepciones espontáneas. Aunque estos términos no son estrictamente sinónimos, ya que cada uno descansa en una posición epistemológica diferente, en todos los casos refieren a modelos de pensamiento de los estudiantes surgidos de su interacción con el mundo que los rodea (Pozo, 1991).

alternativas. En esa línea, Suarez, Kahan, Zavala, and Marti (2017) basados en el análisis de entrevistas transmiten que muchos estudiantes suponen que siempre que la velocidad de un fluido aumenta, su presión disminuye independientemente de si el fluido está o no confinado. Comunican también que muchos estudiantes tienen grandes dificultades para reconocer la manera en que interactúa un elemento de volumen de un fluido en movimiento con su entorno. En algunos casos consideran que un fluido confinado tiene un comportamiento similar al de un conjunto de partículas que no interactúan entre sí; hallazgo confirmado recientemente por Schäfle and Kautz (2019); mientras que en otros, suponen que un elemento de volumen en movimiento es afectado solamente por el fluido que lo precede. Estas investigaciones sugieren que la idea que mayor velocidad siempre implica menor presión puede tener también una raíz en un pobre entendimiento de la dinámica de los fluidos. Denominaremos en este trabajo “el embrollo de Bernoulli” a la generalización excesiva de la relación entre velocidad y presión en un fluido incompresible.

Es interesante notar que la concepción alternativa mayor velocidad- menor presión, producto de la educación formal y no formal de nuestros estudiantes, compite con la idea previa originada de la experiencia cotidiana que cuanto mayor es la presión de un fluido, mayor es su velocidad. Esta idea previa ha sido ampliamente discutida en la literatura (Barbosa, 2013; Martin, 1983; Vega-Calderón, Gallegos-Cázares, & Flores-Camacho, 2017) y podría tener diversos orígenes. Martin (1983), argumenta que las dificultades de los estudiantes están asociadas a cómo interpretan el experimento cotidiano de apretar con el dedo la boca de salida de una manguera. Cualquiera que haya utilizado dicho artilugio para aumentar la velocidad de salida de un fluido de una manguera o una canilla, reconoce que la fuerza ejercida por el agua sobre el dedo es mayor, cuanto más pequeña sea la abertura que se deje. Este hecho experimental, junto al asociar la fuerza sobre el dedo con la presión, conlleva a los estudiantes a concebir que cuanto mayor sea la velocidad, mayor debe ser la presión. Según Barbosa (2013), la concepción de los estudiantes que los lleva a concluir que mayor presión implica mayor velocidad, está asociado con la creencia que la presión equivale a la fuerza y a su vez vincular la fuerza con la velocidad. Para Vega-Calderón et al. (2017), tiene su origen en una idea previa de relacionar la presión con el espacio ocupado por el fluido (Besson, 2004; Goszewski, Moyer, Bazan, & Wagner, 2013), lo que lleva a suponer que la presión aumenta en los lugares estrechos y como consecuencia de ello, la velocidad es mayor.

Del análisis de la literatura se desprende que, mientras existe vasta evidencia del impacto de las ideas previas derivadas de la experiencia cotidiana al relacionar la velocidad de un fluido con su presión, es necesario continuar indagando sobre la manera en que los estudiantes transfieren las conclusiones derivadas de la ecuación de Bernoulli a escenarios donde no son válidas. Las investigaciones realizadas sobre este punto han sido de corte cualitativo con muestras pequeñas de estudiantes. En este sentido para cuantificar el impacto de estas concepciones alternativas resulta necesario realizar investigaciones más amplias. Con este objetivo, en este trabajo describimos una investigación con estudiantes universitarios sobre el impacto que tienen las aplicaciones erróneas de la ecuación de Bernoulli y en particular la extrapolación de la idea mayor velocidad-menor presión en contextos donde no es válida. En lo que sigue, el trabajo está estructurado de la siguiente manera: en la siguiente sección describimos cómo se llega a la idea de mayor velocidad-menor presión a partir de la ecuación de Bernoulli y hacemos una reseña de varios experimentos que aparecen en la literatura que no pueden ser explicados a partir de dicha premisa. A continuación, en la sección 3 describimos la metodología de la investigación y en la sección 4 los resultados. Finalmente, en la sección 5 presentamos las consideraciones finales.

## 2. El embrollo de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli, en su versión más simple, surge de aplicar el teorema del trabajo y la energía cinética a un fluido incompresible, no viscoso, irrotacional, estacionario y confinado (ver por ejemplo Resnick, Halliday, and Krane (2002)). Esta ecuación que relaciona las energías cinética y potencial gravitatoria con los trabajos realizados por las presiones en las fronteras de un volumen de control se expresa habitualmente como

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{constante} \quad (1)$$

en puntos sobre una misma línea de corriente donde  $P$  es la presión,  $\rho$  la densidad,  $h$  la altura,  $v$  la velocidad y  $g$  la aceleración gravitatoria.

Resulta llamativo que la ecuación de Bernoulli deducida bajo hipótesis restrictivas se presenta en los textos de Física General (Resnick et al., 2002; Sears, Zemansky, Young, & Freedman, 2013; Jewett & Serway, 2008; Tipler & Mosca, 2004) como un principio fundamental de la dinámica de fluidos. En efecto, el vasto conjunto de fenómenos donde se muestra su aplicación sugiere un rol mucho más importante del real en el marco general de la hidrodinámica. En este trabajo discutimos si este exceso de jerarquía en la presentación contribuye a potenciar las posibles dificultades conceptuales que aparecen en el entendimiento de la temática.

Analizar detalladamente la literatura de referencia y los libros de textos de Física General donde se presenta la ecuación de Bernoulli nos revela algunas pistas sobre el embrollo de Bernoulli. Cuando aplicamos esta ecuación a una línea de corriente en un fluido que cumple las hipótesis de Bernoulli, por ejemplo, en una tubería horizontal que se angosta, tal como en la Fig. 1, encontramos que:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad (2)$$

donde  $P_1$  y  $v_1$  son la presión y la velocidad respectivamente en un punto de la tubería,  $P_2$  y  $v_2$  las de otro punto de la tubería, y  $\rho$  la densidad del fluido. Al conjugar la ecuación Ec. (2) con la ecuación de continuidad, deducimos que cuanto mayor es la velocidad del fluido, menor es su presión. Esta consecuencia sólo es válida a lo largo de una tubería horizontal en un fluido que verifica las hipótesis planteadas. Sin embargo, varios libros de texto, no solo la destacan, sino que en la forma en la cual la presentan, le dan un estatus de conclusión general o incluso principio, que claramente no tiene (Resnick et al., 2002; Sears et al., 2013; Jewett & Serway, 2008; Tipler & Mosca, 2004). Seguidamente, utilizan dicho resultado para explicar un conjunto de fenómenos tales como la sustentación de un avión o la comba de una pelota que rota sobre sí misma. Estos interesantes fenómenos son ampliamente conocidos y las explicaciones dadas por los textos y artículos científicos (Bauman & Schwaneberg, 1994; Brusca, 1986), rápidas y elegantes, producen los resultados esperados. Esta *facilidad de explicación* ha contribuido a que la premisa que mayor velocidad implica menor presión se haya extendido en la literatura, excediendo la ecuación de Bernoulli y sus consecuencias.

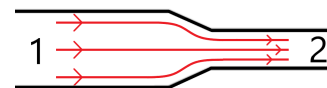


Figura 1 – Fluido en una tubería horizontal. Dado que se verifican las hipótesis necesarias al aplicar la ecuación de Bernoulli deducimos que la presión del fluido en el punto 1 es mayor que en el 2.

Sin embargo, que la predicción de un fenómeno específico sea correcta, no implica que su explicación también lo sea, puesto que el mismo razonamiento aplicado en situaciones muy similares conduce a contradicciones con los experimentos (Kamela, 2007; Koumaras & Primerakis, 2018). Los fenómenos mencionados antes como el efecto de una pelota o la sustentación de los aviones son ejemplos de estas situaciones. Si bien podrían ser explicados con la premisa mayor velocidad - menor presión, este mismo razonamiento no puede explicar y conduce a contradicciones cuando consideramos por ejemplo el efecto de la pelota en sentido contrario al habitual conocido como efecto Magnus inverso (Cross & Lindsey, 2017) o el vuelo cabeza abajo de los aviones de combate o incluso los perfiles alares simétricos en aviones acrobáticos. En efecto, varios trabajos muestran que la sustentación de un ala de avión, quizás el fenómeno explicado en los textos más representativo de la ecuación de Bernoulli, no puede ser explicada a través de una simple aplicación de dicha ecuación y sus consecuencias, y se deben tomar en consideración otros factores (Babinsky, 2003; Eastwell, 2007; Smith, 1972). En estos fenómenos, otros factores propios de los fluidos viscosos, como el arrastre y el efecto Coanda, juegan un papel preponderante (Eastwell, 2007; Smith, 1972; Weltner & Ingelman-Sundberg, 2011).

Existen más situaciones en que se realiza un uso abusivo de la ecuación de Bernoulli. Aún dejando de lado los efectos viscosos, si se comparan las presiones en un punto dentro de un chorro de un fluido con velocidad uniforme (punto A de la Fig. 2), con la presión de un punto exterior (punto B), dichas presiones deben ser iguales, como muestra Kamela (2007). Este resultado, que a priori puede resultar sorprendente, se puede entender fácilmente aplicando las leyes de Newton. Supongamos por hipótesis que la presión en el punto A fuera menor que en B. Si dicha consideración fuera correcta, el gradiente de presiones provocaría una aceleración del fluido, dejando el flujo de ser uniforme y pasando las líneas de corriente a ser curvas. Vemos entonces, que la simple aplicación de las leyes de Newton muestra que las presiones en A y B deben ser iguales. La invalidez de la ecuación de Bernoulli para vincular las presiones de los puntos A y B se debe a que por el punto B no pasa ninguna línea de corriente, por lo tanto no es posible utilizar dicha ecuación para comparar las presiones entre estos puntos.

Este ejemplo muestra cómo la aplicación de los principios fundamentales de la dinámica permite comprender la cinemática del flujo dejando además al descubierto una conclusión sacada de un mal uso de la ecuación de Bernoulli. De igual manera, las leyes de Newton pueden utilizarse para comprender la razón por la cual la presión es menor en un angostamiento de una tubería. Si la velocidad del fluido aumenta, la fuerza neta sobre un elemento de volumen ubicado en la frontera del estrechamiento debe ser distinta de cero, por lo tanto, la presión antes del angostamiento debe ser mayor que después.

### 3. Metodología

#### 3.1. Contexto de la investigación

Con el objetivo de cuantificar el impacto que tiene el uso indebido de la ecuación de Bernoulli respecto a las ideas previas derivadas de la vida cotidiana y de indagar sobre la manera en que estudiantes de cursos básicos universitarios entienden la dinámica de los fluidos, realizamos una investigación con estudiantes de los cursos de Física General II de las Facultades de Ciencias y de Ingeniería de la Universidad de la República (Uruguay). Dicho curso tiene una duración de quince semanas y una carga horaria de cinco horas semanales, dedicando tres semanas de

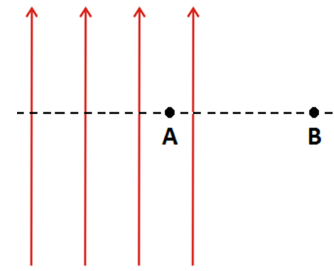


Figura 2 – Chorro de fluido con velocidad uniforme. La presión en el punto A, interior al chorro, es la misma que en el B, exterior al chorro.



clase a tópicos referidos a estática y dinámica de fluidos, siendo la bibliografía de referencia los textos de Física General de Tipler and Mosca; Sears et al.; Resnick et al. (2004; 2013; 2002).

El primer paso de la indagación fue la elaboración de un conjunto de preguntas de opción múltiple. La redacción de las preguntas y sus distractores estuvieron basados en investigaciones previas en el área, donde asociamos las opciones incorrectas a diferentes concepciones alternativas (Suarez et al., 2017). La primera versión considerada adecuada fue presentada a dos especialistas que la revisaron cuidadosamente y propusieron aportes significativos para la mejora. Realizadas estas correcciones que permitieron validar el test propusimos una primera instrumentación a estudiantes de la Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República (Uruguay). Obtuvimos 27 respuestas (sobre 38 estudiantes cursando la materia) elaboradas en forma presencial que nos permitieron identificar algunas dificultades en la interpretación.

A partir de estas dificultades elaboramos la versión final que fue propuesta a estudiantes de la Facultad de Ingeniería. El instrumento consistió en 4 preguntas múltiple opción sobre diferentes características de los fluidos ideales en contextos similares a los problemas y ejemplos planteados en el curso y en la bibliografía de uso corriente. Estas preguntas fueron propuestas como parte de una prueba de carácter opcional a realizar en la plataforma web del curso en la semana previa a la primera prueba parcial. Obtuvimos un total de 57 cuestionarios completos de cerca de 150 estudiantes matriculados en el curso.

### 3.2. Cuestionario

El propósito de las dos primeras preguntas del test fue explorar la capacidad de los estudiantes para reconocer las interacciones de una región de fluido con su entorno. En particular, identificar las fuerzas ejercidas según se trate de un fluido confinado o libre. Las últimas dos preguntas apuntaron a la respuesta de los estudiantes frente a la idea de mayor velocidad-menor presión en dos situaciones con fluidos no confinados.

#### Pregunta 1

Considera un elemento de fluido por dentro de la cañería vertical de altura  $\Delta y$ , tal como indica la Figura 3. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento  $\Delta y$ .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento  $\Delta y$ .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento  $\Delta y$ .
4. La fuerza peso.

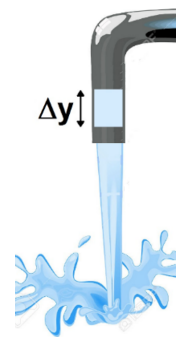


Figura 3 – Cañería con elemento de fluido representado dentro de la misma.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- (a) Sólo la 1.
- (b) Sólo la 4.
- (c) 1 y 4
- (d) 1, 2 y 4.
- (e) **1, 3 y 4**

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- Las opciones (a) y (d) no están asociadas a ninguna concepción alternativa reportada. Son distractores para reducir la probabilidad de acertar la respuesta azarosamente.
- La opción (b) refleja la idea que el fluido en la tubería vertical está en caída libre, es decir, que las partículas del fluido no interactúan entre sí.
- La opción (c) está asociada a la concepción alternativa que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido y por lo tanto la fuerza que recibe se debe al fluido que se encuentra encima de éste, desconociéndose que el fluido aguas abajo puede ejercer una fuerza.

### Pregunta 2

Considera un elemento de fluido por fuera de la cañería vertical de altura  $\Delta y$ , tal como indica la figura 4. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento  $\Delta y$ .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento  $\Delta y$ .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento  $\Delta y$ .
4. La fuerza peso.



Figura 4 – Cañería con elemento de fluido representado fuera de la misma.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- (a) Sólo la 1.
- (b) **Sólo la 4.**
- (c) 1 y 4
- (d) 1, 2 y 4.
- (e) 1, 3 y 4

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- Las opciones (a) y (d) no están asociada a ninguna concepción alternativa reportada. Son distractores para reducir la probabilidad de acertar la respuesta azarosamente.
- La opción (c) está asociada a la concepción alternativa que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido y por lo tanto la fuerza que recibe se debe al fluido que se encuentra encima de éste, desconociéndose que el fluido aguas abajo puede ejercer una fuerza.
- La opción (e) está asociada a la idea que las interacciones entre las distintas partes del fluido no dependen de si el fluido está o no en caída libre.

### Pregunta 3

Considera el chorro de agua después de haber salido de la cañería y dos puntos C y D marcados en el mismo, tal como indica la figura 5. Sea  $P_{ATM}$  la presión atmosférica. Si comparamos las presiones en los puntos C y D con la atmosférica, concluimos que:

- (a)  $P_C > P_D > P_{ATM}$
- (b)  $P_D > P_C > P_{ATM}$
- (c)  $P_C = P_D = P_{ATM}$
- (d)  $P_{ATM} > P_C > P_D$
- (e)  $P_{ATM} > P_D > P_C$

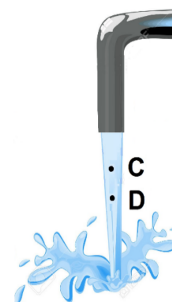


Figura 5 – Chorro de agua saliendo de una cañería.

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea que en cualquier condición la presión siempre disminuye al aumentar la velocidad, teniendo que ser la presión en chorro mayor a la atmosférica para poder “salir”.
- La opción (b) está asociada a la concepción alternativa que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido, así como al hecho que mayor velocidad implica mayor presión y que la presión en el chorro debe ser mayor que la atmosférica para poder “salir”.
- La opción (d) refleja la idea que la presión atmosférica “aprieta” cada vez más el chorro de agua, extrapolarando además la idea que siempre mayor velocidad implica menor presión.
- Finalmente la (e) no está asociada a ninguna concepción alternativa previamente comunicada.



### Pregunta 4

Al pasar un fluido a gran velocidad alrededor de un cilindro apoyado sobre una mesa horizontal, las líneas de corriente se deforman, adquiriendo la forma indicada en la figura 6. Los puntos A, B y C se ubican a igual altura. El punto C está alejado de las líneas de corriente, encontrándose a la presión atmosférica  $P_{ATM}$ . En los puntos A y B las líneas de corriente realizan arcos de circunferencia con aproximadamente la misma velocidad. Si comparamos las presiones  $P$  en los puntos A y B con la presión en C ( $P_C = P_{ATM}$ ), concluimos que:

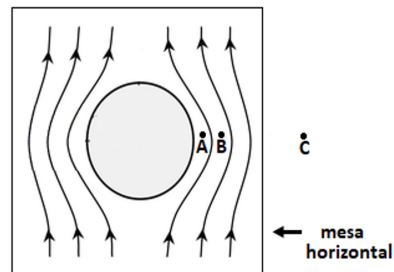


Figura 6 – Líneas de corriente de un fluido que se topa con un obstáculo.

- (a)  $P_A = P_B = P_C$
- (b)  $P_A > P_B > P_C$
- (c)  $P_A = P_B > P_C$
- (d)  $P_C > P_B = P_A$
- (e)  $P_C > P_B > P_A$

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la concepción alternativa que a igual altura igual presión.
- La opción (b) no está asociada a ninguna concepción alternativa conocida.
- La opción (c) refleja la idea previa que mayor velocidad implica mayor presión.
- Finalmente la (d) refleja la concepción alternativa que siempre mayor velocidad implica menor presión.

## 4. Resultados

En la primera pregunta, aproximadamente uno de cada tres estudiantes se inclinó por el distractor más fuerte (ver Fig. 7), considerar que las únicas fuerzas que actuaban sobre el elemento del fluido eran el peso y la debida al líquido que se encontraba por encima del fluido, e ignorar que el fluido aguas abajo ejercía una fuerza. Mientras que, en la segunda, aproximadamente dos de cada tres estudiantes no fueron capaces de reconocer que el elemento del fluido se encontraba en caída libre (ver Fig. 8), considerando que actuaban además del peso, una fuerza ejercida hacia abajo debida al fluido que se encontraba por encima del elemento y en algunos casos también una ejercida por el fluido aguas abajo, vertical hacia arriba.

Las respuestas a estas preguntas permitieron verificar una de las dificultades conceptuales más importantes relevadas en la literatura. El hecho que los estudiantes presentan grandes dificultades para reconocer la manera en que interactúan las distintas partes del fluido, no siendo capaces de conectar la cinemática con la dinámica. Esto surge de ambas preguntas. En la primera, donde no reconocían que el fluido debía moverse con velocidad constante dentro de la cañería, o en caso de hacerlo, no eran capaces de compatibilizarlo con el principio fundamental de la dinámica y principalmente en la segunda, donde el fluido estaba

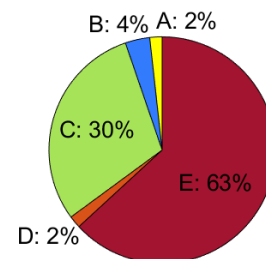


Figura 7 – Respuestas a la pregunta 1.

en caída libre y sin embargo la mayoría de los estudiantes consideraban que actuaban otras fuerzas sobre el elemento además del peso.

Al analizar en forma global las respuestas a ambas preguntas, vemos que los estudiantes tuvieron grandes dificultades para reconocer la diferencia entre ambas situaciones (el elemento del fluido confinado y no confinado). Por lo tanto, no han elaborado un modelo adecuado sobre como interactúa un elemento de un fluido con su entorno.

En la tercera pregunta, los estudiantes tenían que comparar las presiones en diferentes puntos del fluido no confinado que se encontraba en caída libre a presión atmosférica. Del análisis de los resultados se desprende que la mitad de los estudiantes no fueron capaces de reconocer que la presión de todos los puntos dentro del fluido debía ser la atmosférica (ver Fig. 9a). A su vez, de las respuestas incorrectas, la mitad de ellas estaba asociada a la extrapolación de la idea que mayor velocidad implica una menor presión, mientras que la otra mitad a la idea contraria. La cuarta pregunta presentaba nuevamente una situación donde se encontraba un fluido no confinado, pero en este caso, correspondía a un fluido que se movía con una velocidad de módulo aproximadamente constante, pero sus líneas de corriente se deformaban por la presencia de un obstáculo. En esta pregunta, los estudiantes debían comparar las presiones entre puntos del fluido cada vez más alejados del obstáculo. Para esta cuestión 4 de cada 5 estudiantes no fueron capaces de reconocer que la presión debía aumentar a medida que uno se alejaba del obstáculo, para proporcionar la fuerza neta centrípeta necesaria para que un elemento del fluido realizara un movimiento curvilíneo (ver Fig. 9b). En esta pregunta, los distractores estaban asociados a las mismas concepciones alternativas que en la cuestión anterior, destacándose que de las respuestas incorrectas 2 de cada 5 estaban asociadas nuevamente a la idea que mayor presión implicaba menor velocidad.

Del análisis de los resultados de las últimas dos preguntas, queda claro que muchos estudiantes después de haber visto en el curso de Física los conceptos básicos de la dinámica de fluidos ideales, extrapolan la idea que mayor velocidad implica una menor presión en contextos donde no es válida. Es interesante notar que estas preguntas se pueden contestar correctamente aplicando el principio fundamental de la dinámica a un elemento del fluido. Esto deja al descubierto la idea ya sugerida en la literatura (Suarez et al., 2017; Schäfle & Kautz, 2019) que los estudiantes tienen grandes dificultades para comprender la manera que interactúan las distintas partes de un fluido.

## 5. Comentarios finales

La investigación realizada muestra que aún después de haber transitado por cursos de Física General un conjunto importante de estudiantes mantiene la idea previa, originada de la experiencia cotidiana, que una mayor velocidad en un fluido implica una mayor presión. Similarmente, un conjunto semejante evidenció la concepción alternativa que mayor presión siempre implica una menor velocidad independientemente del contexto. De esta manera, parece claro el impacto negativo que tiene en las ideas de los estudiantes los usos abusivos frecuentes en muchos libros de texto, así como material de divulgación, de la ecuación de Bernoulli. En este sentido, la concepción mencionada es un producto del propio sistema educativo.

En paralelo y consonancia con las últimas investigaciones en el área, se ha verificado que

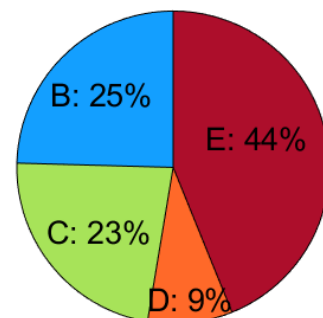


Figura 8 – Respuestas a la pregunta 2.

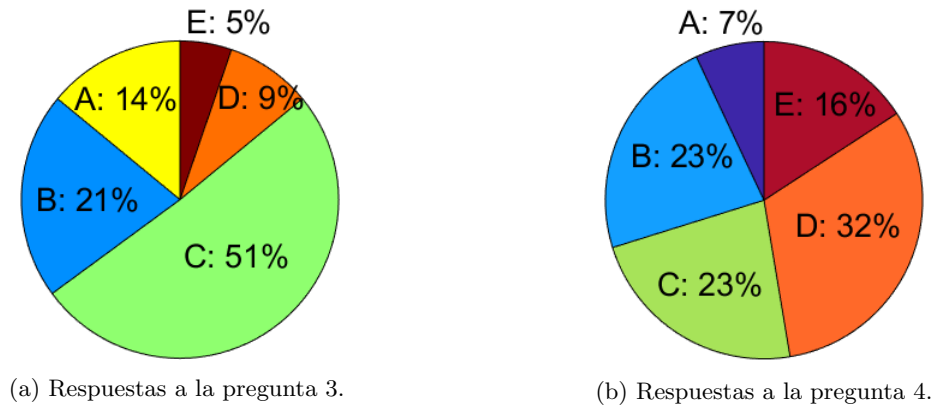












Figura 9 – Respuestas a las preguntas 3 y 4












muchos estudiantes aún no han elaborado un modelo adecuado de la interacción de un elemento de un fluido con su entorno. Este hecho es fundamental, ya que las cuatro preguntas planteadas, pueden contestarse correctamente aplicando el principio fundamental de la dinámica sin tener un conocimiento de la ecuación de Bernoulli. En ese sentido, creemos firmemente que si en los libros de texto y en los cursos se hiciera un análisis dinámico de las fuerzas que actúan sobre un elemento del fluido, se podría lograr que los estudiantes elaboren modelos más sofisticados de la mecánica de los fluidos. Este cambio de enfoque permitiría a los estudiantes tener una imagen correcta de diversos fenómenos (como por qué vuelan los aviones o el efecto en una pelota de fútbol) sin necesidad de hacer aproximaciones erróneas ni involucrar conceptos de una complejidad superior a la que ya se tiene en los cursos básicos de dinámica de fluidos.

En la enseñanza de la ciencias se acepta generalmente que además de detectar las concepciones alternativas deberíamos ser capaces de responder de dónde proceden y sobre qué factores debemos incidir para favorecer un cambio conceptual (Benarroch, 2001). Se ha propuesto en la literatura que en ciertas ocasiones las concepciones alternativas son originadas por errores u omisiones en los libros de texto, causadas muchas veces por el hecho que no se realiza un esfuerzo por evitarlas o se lo hace en forma deficiente, o simplemente porque los propios libros tienen errores conceptuales graves (Carrascosa Alís et al., 2005). En este sentido, determinar si las concepciones alternativas aquí discutidas se originan en ideas previas provenientes de la experiencia cotidiana, anteriores al tránsito por el sistema educativo, o por el contrario provienen del propio sistema, es un problema que permanece abierto para futuras investigaciones.

Destacamos que resulta conveniente presentar a los estudiantes actividades experimentales desafiantes y que pongan en juego sus concepciones alternativas. En la literatura se han presentado diversos experimentos que muestran las contradicciones de extrapolar la idea de mayor presión-menor velocidad a contextos donde no es válida. Creemos que la actividad experimental sugerida por Dutra, Suárez, Monteiro, and Marti (2020), adaptación del experimento de Ehrlich (1990) donde se sopla una moneda hasta levantarse, pero con la moneda en una ranura ligeramente más grande que ella de manera que quede al ras de la superficie, al ser muy sencillo y de bajo costo, puede replicarse fácilmente en cualquier aula, utilizándose en una modalidad del tipo POE (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2006). Este tipo de experiencias se podrían utilizar en museos de ciencias, donde es necesario incorporar materiales didácticos como los desarrollados por Guisasaola, Azcona, Etxaniz, Mujika, and Morentin (2005) para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en una visita. Finalmente, creemos que es importante indagar en otras poblaciones y en diferentes niveles educativos el peso de las concepciones alternativas en fluidos surgidas del propio sistema educativo, así como sobre las ideas de los docentes vinculadas a las mismas.

## Referencias

-  Allen Tipler, P., Mosca, G. (2005).  
*Física para la ciencia y la tecnología*.  
Reverté: España, 2, 1113.
-  Babinsky, H. (2003).  
*How do wings work?*  
Physics Education, 38(6), 497.  
<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/38/6/001/meta>
-  Barbosa, L. H. (2013).  
*Construcción, validación y calibración de un instrumento de medida del aprendizaje: test de ley de bernoulli*.  
Revista Educación en Ingeniería, 8(15), 24–37.  
<https://doi.org/10.26507/rei.v8n15.301>
-  Barbosa, L. H., Mora, C. (2013).  
*Montajes de exd para incorporar la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli en ambientes escolares de ingeniería*.  
Latin-American Journal of Physics Education, 7(3).
-  Bauman, R. P., Schwaneberg, R. (1994).  
*Interpretation of Bernoulli's equation*.  
The Physics Teacher, 32(8), 478–488.  
<https://doi.org/10.1119/1.2344087>
-  Benarroch, A. B. (2001).  
*Una interpretación del desarrollo cognoscitivo de los alumnos en el área de la naturaleza corpuscular de la materia*.  
Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 123–134.
-  Besson, U. (2004).  
*Students' conceptions of uids*.  
International Journal of Science Education, 26(14), 1683–1714.  
<https://doi.org/10.1080/0950069042000243745>
-  Brusca, S. (1986).  
*Buttressing Bernoulli*.  
Physics Education, 21(1), 14.  
<https://doi.org/10.1088/0031-9120/21/1/307>
-  Carey, S. (1999).  
*Conceptual development: Piaget's legacy*.  
Lawrence Erlbaum Assoc.
-  Carrascosa Alís, J., et al. (2005).  
*El problema de las concepciones alternativas en la actualidad (parte i). Análisis sobre las causas que la originan y/o mantienen*.  
<https://doi.org/10498/16288>

-  Cross, R., Lindsey, C. (2017).  
*Measurements of drag and lift on smooth balls in ight.*  
European Journal of Physics, 38(4), 044002.  
<https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa6e44>
-  Dutra, M., Suárez, Á., Monteiro, M., Marti, A. C. (2020).  
*When the quarter jumps into a cup (and when it does not).*  
arXiv preprint arXiv:2010.13755.  
<http://arxiv.org/abs/2010.13755>
-  Eastwell, P. (2007).  
*Bernoulli? perhaps, but what about viscosity?*  
Science Education Review, 6(1), 1–13.
-  Ehrlich, R. (1990).  
*Turning the world inside out and 174 other simple physics demonstrations.*  
Princeton University Press.
-  Gipson, L. (2017).  
*Principles of ight, Bernoulli's principle.*  
<https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/bernoullisprinciple5-8-02-09-17-508.pdf>
-  Guisasola, J., Azcona, R., Etxaniz, M., Mujika, E., Morentin, M. (2005).  
*Diseño de estrategias centradas en el aprendizaje para las visitas escolares a los museos de ciencias.*  
Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las Ciencias, 19–32.
-  Goszewski, M., Moyer, A., Bazan, Z., Wagner, D. (2013).  
*Exploring student difficulties with pressure in a fluid.*  
In Aip conference proceedings (Vol. 1513, pp. 154–157).  
<https://doi.org/10.1063/1.4789675>
-  Jewett, J., Serway, R. (2008).  
*Física para ciencias e ingenierías.*  
Thomson.
-  Kamela, M. (2007).  
*Thinking about Bernoulli.*  
The Physics Teacher, 45(6), 379–381.  
<https://doi.org/10.1119/1.2768700>
-  Koumaras, P., Primerakis, G. (2018).  
*Flawed applications of Bernoulli's principle.*  
The Physics Teacher, 56(4), 235–238.  
<https://doi.org/10.1119/1.5028240>
-  Martin, D. H. (1983).  
*Misunderstanding Bernoulli.*  
The Physics Teacher, 21(1), 37–37.  
<https://doi.org/10.1119/1.2341184>

-  Pedrós Esteban, R., Ferrer Roca, C. (2013).  
*Pelota de pingpong en un flujo de aire (Bernoulli ii)*.  
Demo 64.
-  Pozo, J. I. (1991).  
*Procesos cognitivos en la comprensión de la ciencia (Vol. 65)*.  
Ministerio de Educación.
-  Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. S. (2002).  
*Physics, volume 1 (Vol. 1)*.  
John Wiley and Sons Incorporated.
-  Schäfle, C., and Kautz, C. (2019).  
*Students reasoning in fluid dynamics: Bernoulli's principle vs. the continuity equation*.
-  Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., Freedman, R. A. (2013).  
*Física universitaria. volumen i*.  
Décimo. México: Pearson Education.
-  Smith, N. F. (1972).  
*Bernoulli and newton in fluid mechanics*.  
The Physics Teacher, 10 (8), 451–455.  
<https://doi.org/10.1119/1.2352317>
-  Suárez, A., Kahan, S., Zavala, G., Marti, A. C. (2017).  
*Students' conceptual difficulties in hydrodynamics*.  
Physical Review Physics Education Research, 13(2), 020132.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020132>
-  Tenreiro-Vieira, C., Vieira, R. M. (2006).  
*Diseño y validación de actividades de laboratorio para promover el pensamiento crítico de los alumnos*.  
Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias, 452–466.  
<https://doi.org/10498/16156>
-  Tipler, P. A., Mosca, G. (2004).  
*Física para la ciencia y la tecnología. ii (Vol. 2)*.  
Reverté.
-  Vega-Calderón, F., Gallegos-Cázares, L., Flores-Camacho, F. (2017).  
*Dificultades conceptuales para la comprensión de la ecuación de Bernoulli*.  
Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 14(2), 339–352.  
<https://http://doi.org/10498/19221>
-  Weltner, K., Ingelman-Sundberg, M. (2011).  
*Misinterpretations of Bernoulli's law*.  
Department of Physics, University Frankfurt.